

## Emlékeztető

- Segédeszközként csak a deriválttáblázat használható!
- A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.
- Minden feladatot kezdjenek külön oldalon, a feladatok sorrendben kövessék egymást!
- A \*-os feladatokból 15 pont, összesen pedig 40 pont szükséges a sikeres vizsgához!

**1. feladat** ===== **4+10 pont**

Mondja ki az algebra alaptételét!

Adja meg az  $iz^2 + 2z - 5i = 0$  másodfokú egyenlet megoldásainak abszolút értékét!

**2. feladat** ===== **4+4+4 pont**

Legyen  $a_1 = 2$  és  $a_{n+1} = \sqrt{7a_n - 6}$ , ha  $n \in \mathbb{N}^+$ !

- Igazolja, hogy  $1 \leq a_n \leq 6$  minden  $n \in \mathbb{N}^+$  esetén!
- Igazolja, hogy az  $a_n$  sorozat monoton növekszik!
- Adja meg az  $a_n$  sorozat határértékét, ha létezik!

**3. feladat** ===== **4+6+4 pont**

Legyen  $f$  az  $a$  pont egy környezetében értelmezett,  $a$ -ban deriválható függvény! Mondja ki és bizonyítsa be az  $a$ -beli lokális maximumra tanult szükséges feltételt! Mutassa meg, hogy a feltétel nem elégséges!

**4. feladat** ===== **8 pont**

Milyen  $a, b \in \mathbb{R}$  esetén lesz folytonos az

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^3 - x}{2x^2 - 3x + 1}, & \text{máskor} \end{cases}$$

függvény?

**5. feladat** ===== **6 pont**

Adja meg az

$$f(x) = \frac{e^{x^3+x^2-x-1}}{x^2 \cos(x+1)}$$

függvény  $a = -1$ -beli érintőegyenletének egyenletét!

**6. feladat\*** ===== **6+6 pont**

Mutassa meg, hogy az  $x(t) = e^t + t^2$ ,  $y(t) = \operatorname{sh} t + t^2$  paraméteres görbének,  $t_0 = 0$  esetén létezik az  $x_0 = x(t_0)$  pont egy környezetében  $y = f(x)$  előállítás!  $f'(x_0) = ?$

**7. feladat\*** ===== **8+8+8 pont**

$$(a) \int \frac{x^2 + 1}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx = ? \quad (b) \int_0^{\pi} (x+1) \sin(2x) dx = ? \quad (c) \int x \cos(x^2) dx = ?$$

**8. feladat\*** ===== **10 pont**

Forgassuk meg a  $\operatorname{ctg} x$  függvény  $x = \frac{\pi}{4}$  és  $x = \frac{\pi}{2}$  közötti részét az  $x$  tengely körül! Mennyi a kapott test térfogata?