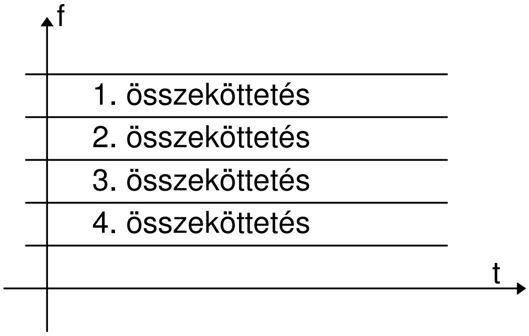
Híradástechnika Tantárgy

<u>Moduláció gyakorlat / HT</u>

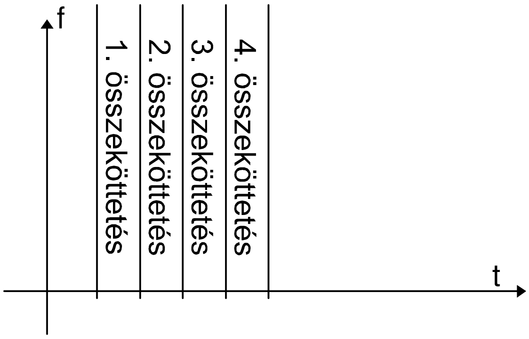
A gyakorlat a könyv 11. és 12. fejezetéhez kapcsolódó kérdéseket és kidolgozott feladatokat tartalmaz.

1. feladat: Miért van szükség frekvencia szerinti nyalábolásra? Adjon meg más nyalábolási eljárásokat, amelyek a csatorna jobb kihasználtságát eredményezhetik!

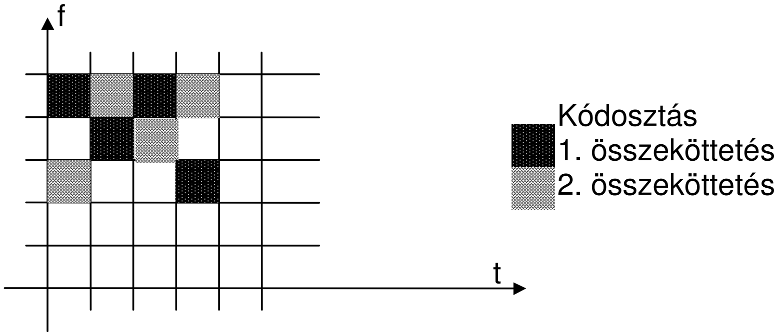
Megoldás: A frekvencia, illetve időosztásos rendszereket a kódosztással összevetve kiderül, hogy melyik garantálja a csatorna jobb kihasználtságát.



Frekvencia szerinti nyalábolás



Idő szerinti nyalábolás



Kódosztás

2. feladat: Mekkora az FM jel sávszélessége m_f=15 esetén, egyetlen szinuszos moduláló jellel (f_v=10 MHz, f_m=20 kHz)?

Egy szinuszos moduláló jel esetén az FM jel spektruma leírható az alábbi Fourier-sorral:

$$U_{FM}(t) = U_v\left[J_0(m_f)\cos\omega_v t + \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m_f)\left\{\cos(\omega_v + 2n\omega_m)t + \cos(\omega_v - 2n\omega_m)t\right\} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(m_f)\left\{\cos(\omega_v + (2n-1)\omega_m)t + \cos(\omega_v - (2n-1)\omega_m)t\right\}\right]$$

Megegyezés szerint az FM jel elvileg végtelen spektrumából csak azt a szeletet vesszük figyelembe, amelynek koefficiensei a vivőnek legalább egy százalékát elérik (ezek számát α jelöli).
Így a sávszélesség: $f_B=2\alpha f_m$

Ez a könyv (11.32) egyenlete szerint α=15, m_f=15 esetén, amiből a kívánt sávszélesség 600 kHz.

$\alpha \cong 1$,	ha $m_f < 0{,}1$
$\alpha \cong m_f$,	ha $m_f > 10$
$\alpha \cong 1 + m_f + \sqrt{m_f}$,	egyébként

Comment: Egyéb szükséges képletek és definíciók a 133. oldalon.

Narrow Band FM	(NBFM):	$f_B=2f_m$,	$m_f<0.1$
Wide Band FM	(WBFM):	$f_B=2f_D$,	$m_f>10$

Carson formula: $B_{RF}=2(\Delta F+f_{mod})=2(m_f f_{mod}+f_{mod})=2(15*20+20)=640$ kHz

3. feladat: Ha egy $s_v(t)=U_v\cos\omega_v t$ vivőt egy $s_m(t)=U_m\cos\omega_m t$ függvénnyel fázismodulálunk, mekkora lesz a maximális fázislöket, és m_p értéke?
$U_v=1$ V, $\omega_v=2\pi*10^6$ rad/sec, c=0.1 rad/V, $U_m=1$ V, $\omega_m=2\pi*10^3$ rad/sec.

Megoldás: Mivel a fázismodulált jel időfüggvénye:

$$s_{PM}(t)=U_v\cos(\omega_v t+cU_m\cos\omega_m t)$$

alakú, ezért m_p értékét a következőek alapján számolhatjuk ki:

$$m_p=c*U_m=0.1*1=0.1 \text{ rad}$$

A modulált jel pillanatnyi fázisingadozása $cU_m\cos\omega_m t$, amelynek maximális értéke szintén $c*U_m$. Ezért a maximális fázislöket szintén 0.1 rad értékű.

Commentek:
Ha $s(t)=A\cos[\omega_c t+\varphi+\beta(t)]$,
a jel fázisa: $\omega_c t+\varphi+\underline{\beta(t)}$ ha az utolsó tag a moduláló jellel arányos, akkor beszélünk fázismodulációról;
a jel pillanatnyi frekvenciája: $\frac{1}{2\pi}\left(\omega_c+\frac{d\beta}{dt}\right)$ ha az utolsó tag a moduláló jellel arányos, akkor beszélünk frekvenciamodulációról.
PM: $\beta(t)=\Delta\Phi*s_m(t)$, ahol $\Delta\phi$ a fázislöket
FM: $\beta(t)=\Delta\Omega\int_{hat.lan}^{t}s_m(t)dt$, itt $\Delta F=\frac{\Delta\Omega}{2\pi}$ a frekvencialöket.

4. feladat: Egy PAM rendszerben adott a következő adószűrő, hogyan állítaná be a vevőszűrőt?

$$H_A(\omega)=\begin{cases}\sqrt{\tau} & 0\le|\omega|\le\pi\dfrac{1-\beta}{\tau}\\[2ex] \sqrt{\dfrac{\tau}{2}\left[1-\sin\left(\pi\dfrac{\tau}{\beta}\left(\left|\dfrac{\omega}{2\pi}\right|-\dfrac{1}{2\tau}\right)\right)\right]} & \pi\dfrac{1-\beta}{\tau}\le|\omega|\le\pi\dfrac{1+\beta}{\tau}\end{cases}$$

Megoldás: A vevőszűrő beállításával kapcsolatban két dolgot kell teljesíteni:

- a vevőszűrő az adóspektrumra illesztett legyen (zajmentes esetben $H_V(\omega)=H_A^*(\omega)$)
- a Nyquist feltétel kielégüljön, ami szimmetrikus karakterisztikát igényel a következő egyenlőség teljesítéséhez:

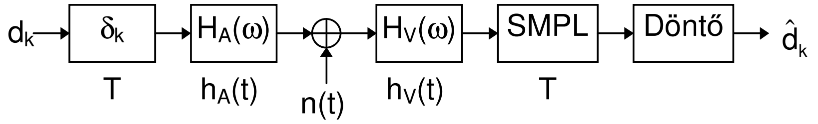
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}H_v\left(\omega-\frac{n2\pi}{\tau}\right)=C\exp(-j\omega\tau_1)\qquad \omega\in\left(-\frac{\pi}{\tau},\frac{\pi}{\tau}\right)$$

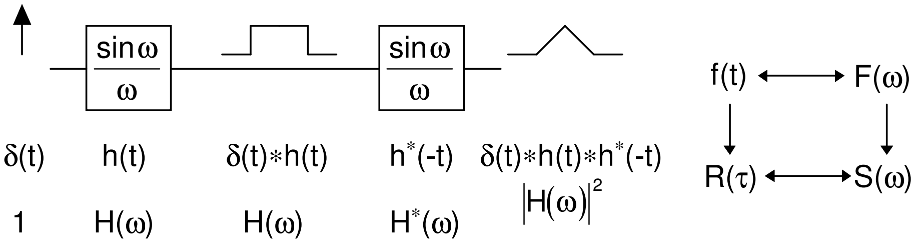
A fentiek alapján a vevőszűrőt a következőképpen kell választani:

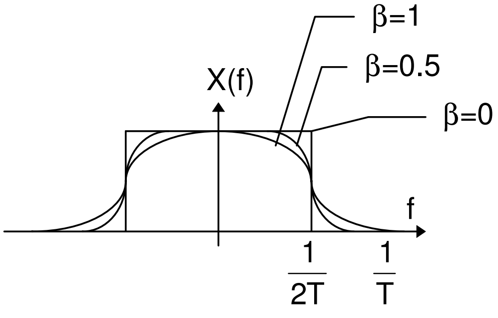
$$H_V(\omega)=\begin{cases}\sqrt{\tau} & 0\le|\omega|\le\pi\dfrac{1-\beta}{\tau}\\[2ex] \sqrt{\dfrac{\tau}{2}\left[1-\sin\left(\pi\dfrac{\tau}{\beta}\left(\left|\dfrac{\omega}{2\pi}\right|-\dfrac{1}{2\tau}\right)\right)\right]} & \pi\dfrac{1-\beta}{\tau}\le|\omega|\le\pi\dfrac{1+\beta}{\tau}\end{cases}$$

amely garantálja mindkét feltétel teljesülését, hiszen a $H_A(\omega)H_V(\omega)$ eredő átviteli függvény a jól ismert "emelt koszinuszos" karakterisztikát valósítja meg, kielégítvén a szimbólum közti áthallásmentesség követelményét is.

Comment:

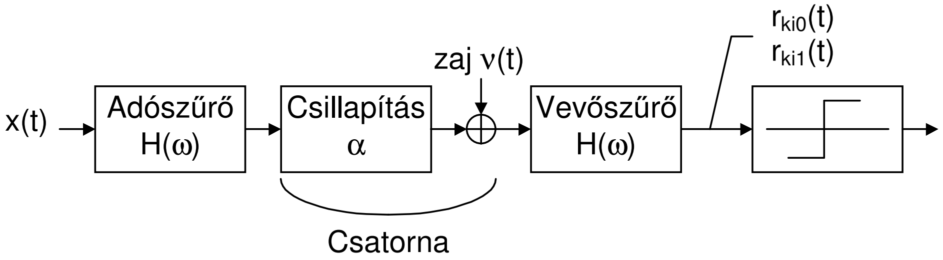






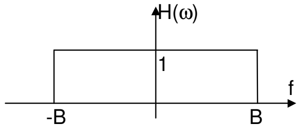
β: rolloff parameter

5. feladat: Számolja ki a hibavalószínűséget a következő PAM rendszerben!



$$x(t) = K\sum_{k=0}^{\infty}\xi_k\delta(t-kT) \qquad P(\xi_k=1)=P(\xi_k=-1)=0.5 \qquad s_\nu(f)=\frac{N_0}{2}$$

a szűrők átviteli függvénye:



Megoldás: A két szűrő együttes átviteli karakterisztikája is H(ω), mivel egységnyi átvitelű, ideális szűrők (eredő súlyfüggvény h(t)).
A döntő bemenetén a jelalakok a következőek:

$$r_{ki1}(t) = K\int_{-\infty}^{\infty}h(t-\tau)\delta(\tau)d\tau = K\alpha\int_{-\infty}^{\infty}H(\omega)\exp(j\omega t)d\omega = K\alpha\int_{-B}^{B}\exp(j\omega t)d\omega = \frac{K\alpha}{T}\frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\frac{\pi t}{T}}$$

$r_{ki0}(t)=-r_{ki1}(t)$

$r_{ki1}(0)=\frac{K\alpha}{T}$, $r_{ki1}(kT)=0$, $\forall k$, $k\neq 0$

A döntés időpillanatában a zaj ($\nu(0)$) gaussi valószínűségi változó,

$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ sűrűségfüggvénnyel, ahol

$\sigma^2 = R_\nu(0) = \int_{-B}^{B}s_\nu(\omega)d\omega = \frac{N_0}{2}2B = \frac{N_0}{2T}$ és $\sigma = \sqrt{\frac{N_0}{2T}}$

A hibavalószínűség: $P_E=p_{01}P_1+p_{10}P_0$
Alkalmazva a küszöb döntési szabályt (Bayes döntés):

$$p_{01} = P\left(\frac{K\alpha}{T}+\nu(0)<0\right) = \Phi\left(\frac{\sqrt{2}K\alpha}{\sqrt{TN_0}}\right)$$

$$p_{01} = P\left(-\frac{K\alpha}{T}+\nu(0)>0\right) = \Phi\left(\frac{\sqrt{2}K\alpha}{\sqrt{TN_0}}\right)$$

Ennek alapján a bithibaarány: $P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2}{TN_0}}K\alpha\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right), E_b = K^2\alpha^2\frac{1}{T}$

(hasznos jelnek egy bitidőre eső energiája)

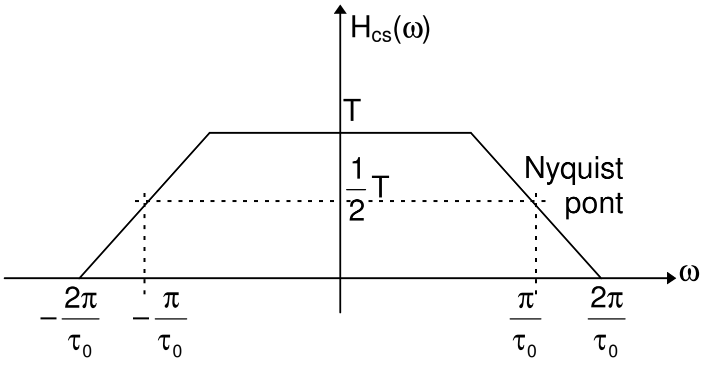
6. feladat: Próbálja meg definiálni az előző feladat alapján, hogy a csatorna milyen paramétere van közvetlen hatással a hibavalószínűségre!

Megoldás: Mivel $\Phi(x)$ monoton növekvő függvény, ezért világos, hogy $P_E = \Phi\left(-\frac{\alpha}{N_0}\right)$ az $\frac{\alpha}{N_0}$ hányados (jel-zaj viszony) monoton csökkenő függvénye. Ilyen értelemben a csatorna csillapítása ($\alpha<1$) az a paraméter, amely a hibavalószínűséget befolyásolja. Minél nagyobb a csatorna csillapítása egy PAM rendszerben, annál nagyobb P_E adódik, elrontván a kommunikáció minőségét.

Bithibaarány: $P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2}{TN_0}}K\alpha\right)$.

7. feladat: Eredményez-e szimbólumközi áthallást az alábbi csatorna?

(τ_0: jelzési idő, $\frac{1}{\tau_0}$:)



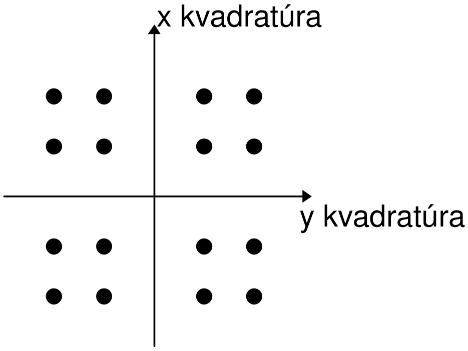
Megoldás: Mivel a szimbólumközi áthallás mentessége érdekében a Nyquist feltételt ki kell elégíteni: $\sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{cs}\left(\omega - \frac{n2\pi}{\tau_0}\right) = C\exp(-j\omega\tau_1) \quad \omega \in \left(-\frac{\pi}{\tau_0}, \frac{\pi}{\tau_0}\right)$.

Ehhez elegendő megvizsgálni a következő összeget (n=0, 1):

$H_{cs}(\omega) + H_{cs}\left(\omega - \frac{2\pi}{\tau_0}\right)$, ami a csatornakarakterisztika szimmetriája miatt konstans értéket ad, így a Nyquist feltétel kielégül: $H_{cs}(\omega) + H_{cs}\left(\omega - \frac{2\pi}{\tau_0}\right) = T$.

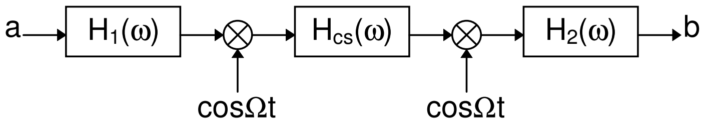
8. feladat: Rajzolja le egy 16 állapotú QAM rendszer vektorábráját, foglalja össze a rendszer előnyeit, illetve "érzékeny pontjait".

Megoldás:



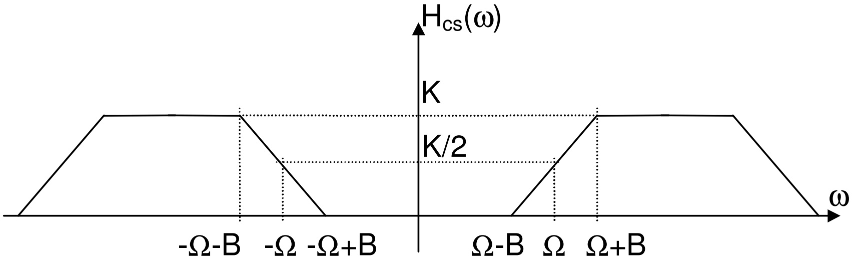
A QAM rendszerek előnye a jobb sávkihasználásban rejlik, a PAM rendszerekkel szemben, ami a két ortogonális vivővel érhető el. A rendszer gyengéje azonban, hogy a vételi oldalon fázishelyes vivőkinyerést igényel, ellenben a kvadratúra komponensek között áthallás lép fel, amely rontja a bithiba-valószínűséget.

9. feladat: Adja meg a következő AM DSB/SC rendszer eredő átviteli függvényét!



$$H_1(\omega)=\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}} \qquad H_2(\omega)=\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}} \qquad \omega\in(-B,B)$$

Megoldás:



$$H(\omega)=H_1(\omega)H_2(\omega)\frac{H_{cs}(\Omega+\omega)e^{-j\Phi}+H_{cs}^{*}(\Omega-\omega)e^{j\Phi}}{2}=$$

$$=H_1(\omega)H_2(\omega)\frac{H_{cs}(\Omega+\omega)+H_{cs}^{*}(\Omega-\omega)}{2}=K\frac{1}{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2} \qquad \omega\in(-B,B)$$

Amint a fentiekből látható, a csatorna transzformált átviteli függvénye nem okoz torzítást, ami a csonkaoldalsávos amplitúdó moduláció alapelve.