

1. feladat (6+14=20 pont)

- (a) Definíálja, mit jelent, hogy az $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ valós sorozat határértéke $A \in \mathbb{R}$!
(b) A definíció alapján igazolja az alábbi határértéket! ($N(\varepsilon) = ?$)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + n + 1}{3n^2 + 30} = 2$$

2. feladat (10+10+10=30 pont)

Határozza meg (a tanult tételek, szabályok alapján) a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} (a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \ln(n) + 5 \cdot 3^{2n-1}}{3^{n+2} + 6n^4} &= ? & (b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3n + 2} - n &= ? \\ (c) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n + 2}{7 + 3n} \right)^{n+2} &= ? \end{aligned}$$

3. feladat (7+13=20 pont)

- (a) $\frac{3+2i}{i-4} = ?$ Az eredményt algebrai alakban adja meg!
(b) $\sqrt[3]{-8i} = ?$ A gyököket trigonometrikus vagy exponenciális alakban adja meg, és ábrázolja is!

4. feladat (8+22=30 pont)

$$f(x) = \frac{x \cdot \sin(x^2 - 9)}{x^2 + x - 6}$$

- (a) Határozza meg azt a legbővebb $D_f \subset \mathbb{R}$ halmazt, ahol a függvény értelmezhető! Mely pontokban folytonos a függvény, miért?
(b) Határozza meg a függvény szakadási helyeit és a szakadások típusait! A szakadási pontokban adja meg a függvény bal és jobb oldali határértékét is!

5. feladat (5+5=10 pont, IMSC-seknek javasolt.)

- (a) Adjon példát olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre, amelynek a nulla kivételével minden helyen zérus a határértéke, de a nullában nem létezik a határértéke!
(b) Igazolja, hogy nem létezik olyan $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelynek a nullában 1 a határértéke, minden más pontban pedig nulla!