ANALÍZIS (1), A0, C0 kurzus. **VDI.** **2001. jan. 10.**
Műszaki Informatika szak Munkaidő: 90 perc

A *-gal jelölt feladatoknak legalább a 40 százalékát meg kell oldani

1. feladat (10 pont)

Adja meg az a és b paraméterek értékét úgy, hogy f folytonos legyen az $x = 0$ -ban, ahol

$$f(x) = \begin{cases} a + e^{\frac{1}{x}}, \text{ ha } x < 0; \\ \frac{\sin^2(3x)}{x^2}, \text{ ha } x > 0; \\ b, \text{ ha } x = 0. \end{cases}$$

2. feladat (15 pont)

Vizsgálja és vázolja az

$$f(x) = e^{-x^2+6x}$$

függvény!

3. feladat (10 pont)

Mit nevezünk geometriai sornak?
Mikor konvergens és mennyi az összege?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{(k-1)} + 5^k}{10^{(k+1)}} =?$$

4. feladat (15 pont)

(i) Mikor mondjuk, hogy a $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergens?
(ii) Bizonyítsa be a sor konvergenciájának szükséges feltételét!
(iii) Konvergens-e a

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{5k-1}{5k+1} \right)^{2k-1}$$

sor?

*5. feladat (8 pont)

Vezesse be a $2x = \sinh t$ új változót az

$$\int_0^{1/2} \frac{\sqrt{1+4x^2}}{1+3x} dx$$

integrálba (nem kell kiszámítani az integrált)!

***6. feladat (7 pont)**

$$\int \frac{1}{(x-2)(1+x)(x+10)} dx = ? \qquad (x > 2)$$

***7. feladat (17 pont)**

(i)

$$\int_0^1 \arctan x dx = ?$$

(ii) Írja fel az $f(x) = \arctan x$ függvény $x_0 = 1$ ponthoz tartozó érintő egyenesének az egyenletét!
(iii) Határozza meg az $y = \arctan x$ és az $f(x) = \arctan x$ $x_0 = 1$ ponthoz tartozó érintő egyenese valamint az x tengely által határolt, $y > 0$ félsíkba eső tartományának a területét!

8. feladat (18 pont)

Milyen $\alpha > 0$ esetén konvergens az

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha} dx$$

improprius integrál? Állítását bizonyítsa be!
(ii) Fogalmazza meg az improprius integrálokra vonatkozó majoráns- minoráns kritériumot!
(iii) Konvergens-e az alábbi improprius integrál:

$$\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x^3+1}} dx = ?$$

Csak a kettes vizsgajegy eléréséhez javítjuk ki:

9. feladat (10 pont)

(i) Írja le a L'Hospital szabályt!
(ii)

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x^2} - 1}{\ln(1 + 2x^2)} = ?$$