

1. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

MATEMATIKA A3
VILLAMOSMÉRNÖK HALLGATÓKNAK

2016. november 21.
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Gyakvez.:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

Gyak. kurzuskód:

--

1.	2.	3.	4.	5.	Σ	1_I	2_I	Σ_I

1. (20 pont)

Oldja meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 3e^{2x}, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 3$$

2. (10 pont)

Írjon fel egy olyan legalacsonyabbrendű valós állandó együtthatós homogén differenciálegyenletet, melynek megoldásai között szerepelnek a következő függvények:

$$x^2, \quad xe^{-x}, \quad \sin 3x.$$

3. (20 pont)

Laplace-transzformációval, vagy egyéb módszerrel oldja meg a következő differenciálegyenlet-rendszert!

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t) - 5y(t) \\ \dot{y}(t) &= 2x(t) - y(t), \end{aligned}$$

ahol $x(0) = -6$, $y(0) = 0$. (Jelölés: $\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$ és $\dot{y}(t) = \frac{dy}{dt}$.)

4. (20 pont)

A c paraméter mely értékére lesz a

$$v(x, y) = cx^2 + 2xy - 4y^2 + 3$$

függvény egy az egész komplex számsíkon holomorf (reguláris) $f(z)$ függvény képzetes része? Adja meg az $f(z)$ függvényt! Mennyi lesz $f'(1 - 2i)$?

5. (30 pont)

Adja meg a következő komplex vonalintegrál értékét a megadott görbéken! Állításait indokolja!

$$\oint_G \frac{z^4 e^{\pi z}}{z^2 + 4} dz,$$

ahol

(a) $G : |z| = 1$ görbe pozitív irányítással.

(b) $G : |z - 2i| = 1$ görbe pozitív irányítással.

(c) $G : |z + 2i| = 1$ görbe negatív irányítással.

IMSc példák

1. (15 pont)

$$\oint_{|z-2|=5} \frac{\sin iz}{z^2 - 1} + e^{2\bar{z}} dz = ?$$

2. (15 pont)

Adja meg az

$$xy'' - (x + 1)y' + y = x^2 e^x$$

differenciálegyenlet általános megoldását, ha az $y_1 = e^x$ és az $y_2 = -(x + 1)$ függvényekről tudjuk, hogy megoldásai a homogén egyenletnek.