ANALIZIS(1) **I.ZÁRTHELYI** **1995 okt.**

Műszaki Informatika szak Munkaidő: 90 perc

BME, Villamosmérnöki és Informatikai Kar, Matematikai és Számítástudományi Tanszék

---

1) Feladat (15 pont).

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^{2n+1} + (2n+1)!}{3(2^{2n+1}) + n^2(2n-1)!} = ?$$

2) Feladat (15 pont).

$$\lim_{n\to\infty} (n^6 + 7n^5 - 1)^{1/3} - (n^6 - n^2 + 2)^{1/3} = ?$$

3) Feladat (15 pont).
Bizonyítsuk be, hogy, ha az $a_n, \ n = 1, 2, ...$ sorozat monoton csökkenő és az $a_n, \ n = 1, 2, ...$ sorozat páratlan indexű részsorozata 5-höz konvergál, akkor az $a_n, \ n = 1, 2, ...$ sorozat korlátos.

4) Feladat (20 pont).
Tekintsük az

$$a_{n+1} = \sqrt{6a_n - 8}, \ \forall n \epsilon \mathbf{N}^+, \ a_1 = 3$$

rekurzíve adott sorozatot!

a./ Bizonyítsuk be, hogy $2 \leq a_n \leq 4$!

b./ Mutassuk meg, hogy a sorozat konvergens, és határozzuk meg a határértékét!

5) Feladat (20 pont).
Vizsgáljuk meg, hogy konvergensek-e az alábbi sorok:

(a) $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)^{n^3}$$

(b) $$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n^2+n-3}{2n^2-7n+1}\right)^{1/n}$$

6) Feladat (15 pont).
Adjon meg egy lehetséges N egész számot úgy, hogy az $s_N = \sum_{k=1}^{N} a_k$ részletösszeg 1/100-nál jobban közelítse a $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ sorösszeget, ha

$$a_k = \frac{3^k}{2^k + 5^k}.$$

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX