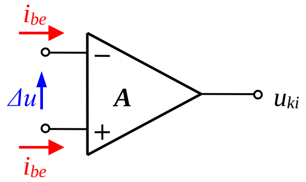
# A műveleti erősítők negatív visszacsatolása

## Műveleti erőstők ME (OPAMP) tulajdonságai




Ideális ME: $A \to \infty \quad \to \quad \Delta u = 0$

$i_{be} = 0 \quad \to \quad R_{be} = \infty$

$R_{ki} = 0$

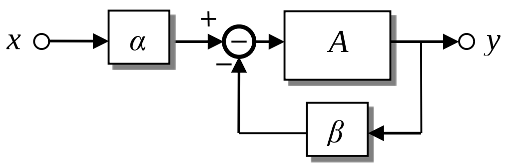
Nem ideális ME: $A(s) \quad véges \quad \Delta u \neq 0$

$i_{be} \neq 0 \quad de \;\; i_{be}\, kicsi, \;\; R_{be}: \quad nagy$

$R_{ki} \neq 0 \quad de \quad kicsi$

## ME visszacsatolt áramkörökben

Negatív visszacsatolás jelfolyam hálózatban:



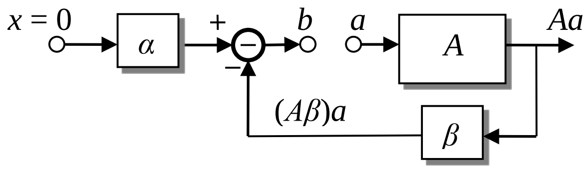

$$y = (\alpha x - \beta y)A = \alpha Ax - \beta Ay$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\alpha A}{1+\beta A} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\frac{\beta A}{1+\beta A} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\frac{H}{1+H}$$

*H*: hurok erősítés

A hurokerősítés mérése:

Felvágjuk a hurkot.




Definíció: $H = -\frac{b}{a}$

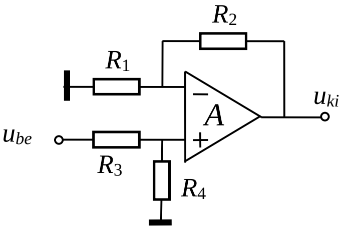
$$b = \alpha 0 - (A\beta)a = -(A\beta)a \qquad H = -\frac{b}{a} = A\beta$$

Ha: $|H| >> 1 \qquad \frac{y}{x} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\frac{H}{1+H} \cong \frac{\alpha}{\beta} = A_{vid}$

Pld.: $A$=99 $\alpha$=1 $\beta$=1 $H$=99 $\quad \frac{y}{x} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\frac{H}{1+H} = \frac{99}{100} = 0.99 \cong 1 = A_{vid}$

# Negatív visszacsatolás ME-ben:

*Nem invertáló alapkapcsolás:*



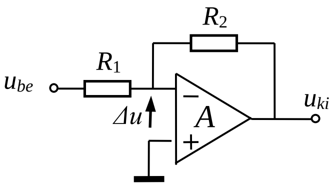

$$u_{ki} = \left( \frac{R_4}{R_3 + R_4} u_{be} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{ki} \right) A$$

$$u_{ki} = \left( \alpha u_{be} - \beta u_{ki} \right) A$$

$$\alpha = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \qquad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{A\beta}{1 + A\beta} = A_{id} \frac{A\beta}{1 + A\beta} \qquad A_{vid} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

*Invertáló alapkapcsolás:*




$$u_{ki} = A \Delta u = \left( - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{be} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{ki} \right) A$$

$$u_{ki} = \left( \alpha u_{be} - \beta u_{ki} \right) A$$

$$\alpha = - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{A\beta}{1 + A\beta} = A_{vid} \frac{A\beta}{1 + A\beta} \qquad A_{vid} = \frac{\alpha}{\beta} = - \frac{R_2}{R_1}$$

**Stabilitás vizsgálata**

Ha $A$=$A(s)$ frekvencia függő felmerül a stabilitás kérdése.
A korábbi tanulmányokból:

A rendszer akkor stabil, ha a kimenet/bemenet típusú transzfer függvény pólusai szigorúan a bal félsíkon vannak.

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s)=\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\frac{A(s)\beta}{1+A(s)\beta}$$

- **Algebrai stabilitás vizsgálati módszer:**

Megkeressük az: $1+A(s)\beta=0$ egyenlet gyökeit (a pólusokat) és eldöntjük, hogy a gyökök valós részei negatívak-e? (Matlab)

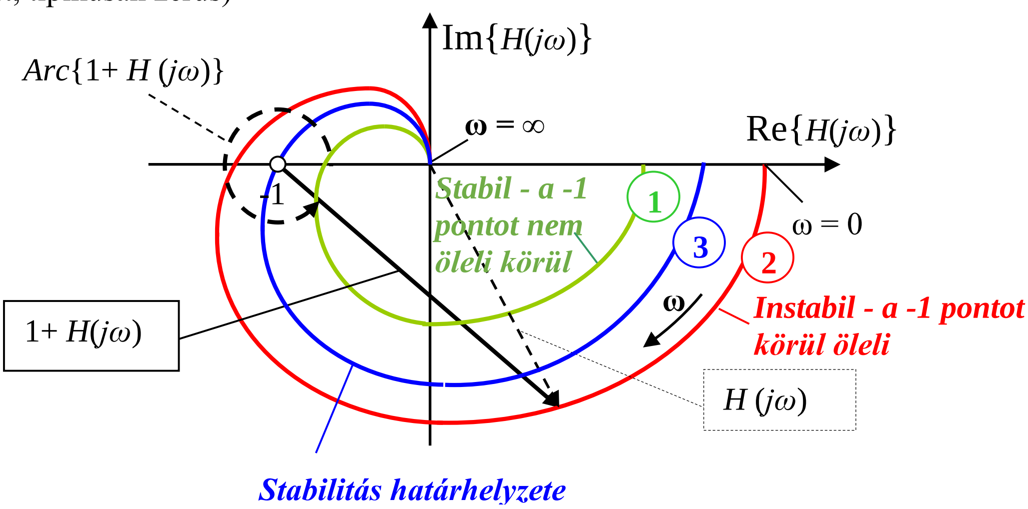
**Frekvencia tartománybeli módszerek:**
**Nyquist módszer:**

1.) Kiszámítjuk és ábrázoljuk a komplex síkon a $H(j\omega)$ hurokerősítés komplex értékét a valós $\omega$ paraméter $0 \le \omega < \infty$ tartományában. **(Ez a helygörbe)**

2.) Megállapítjuk az $1+H(j\omega)$ vektor fázisának változását a $0 \le \omega < \infty$ tartományában: $\Delta\varphi = \varphi_\infty - \varphi_0$

ahol: $\varphi_\infty = \underset{\omega\to\infty}{Arc}\{1+H(j\omega)\}$ és $\varphi_0 = \underset{\omega\to 0}{Arc}\{1+H(j\omega)\}$

3.) A $\Delta\varphi = (k-n)\pi$ összefüggésből meghatározzuk $n$-et a zárt rendszer jobb félsíkra eső pólusainak számát. Ha $n$ = 0, akkor a zárt rendszer stabil, ellenkező esetben instabil. ($k$: a nyílt rendszer jobb félsíkra eső pólusainak száma, ez általában ismert, tipikusan zérus)



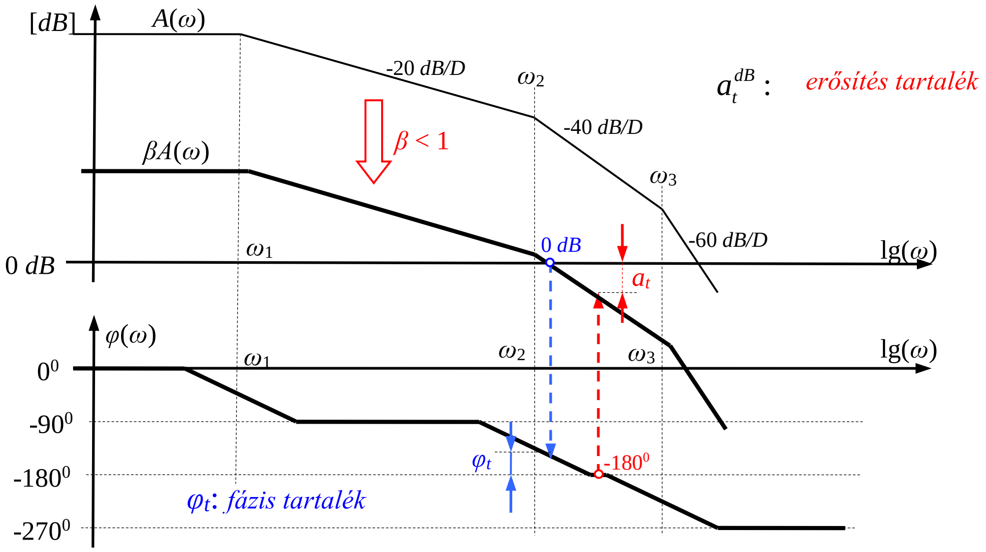

1. Pld (zöld) $\varphi_0 = 0,\quad \varphi_\infty = 0,\quad \Delta\varphi = 0\quad \Delta\varphi = (k-n)\pi \to n = 0$ ($k$=0)

A jobb félsíkra eső pólusok száma: $n$ = 0 → **a rendszer stabil**

2. Pld (piros) $\varphi_0 = 0,\quad \varphi_\infty = -2\pi,\quad \Delta\varphi = -2\pi\quad \Delta\varphi = (k-n)\pi \to n = 2$ ($k$=0)

A jobb félsíkra eső pólusok száma: $n$ = 2 → **a rendszer instabil**

**Bode stabilitás vizsgálati módszere:**




Kétféle lehetőség:

1.) Ahol $|\beta A(j\omega_x)| = 1$ (0 dB) ott a fázis: $\varphi(\omega_x) = -\pi + \varphi_t > -\pi$

2.) Ahol $\varphi(\omega_y) = -\pi$ ott $|\beta A(j\omega_y)| < 1$ $\quad a_t = -20\lg|\beta A(j\omega_y)| > 0$

## Visszacsatolt műveleti erősítők frekvencia függése:

Több fokozat: → több párhuzamos kapacitás → több pólus
A legkisebb frekvenciájú pólus a domináns pólus.

$$A(s) = A_0 \frac{1}{1 + s/\omega_0} \frac{1}{1 + s/\omega_1} \frac{1}{1 + s/\omega_2} \bullet\bullet\bullet$$

Azok a pólusok elhagyhatóak számításainkból, amelyeknél az erősítés már nagyon kicsi.

1.) Az egy pólust tartalmazó modell:

$$A(s) = A_0 \frac{1}{1 + s/\omega_0}$$

2.) A két pólust tartalmazó modell:

$$A(s) = A_0 \frac{1}{1 + s/\omega_1} \frac{1}{1 + s/\omega_2}$$

1.) **Az egy pólust tartalmazó modell:**

Ekkor: $$A(s) = A_0 \frac{1}{1 + s/\omega_0}$$

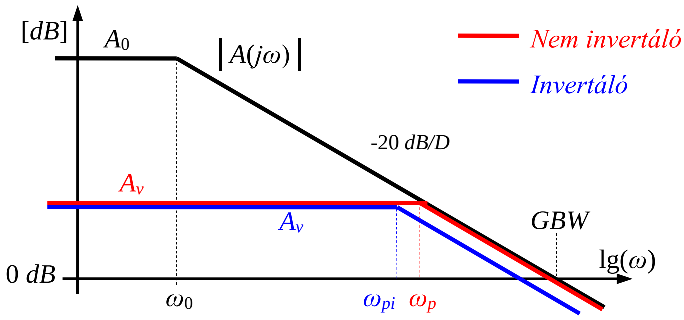
$$A_v(s) = \frac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = \frac{\alpha}{\beta}\frac{\beta A(s)}{1+\beta A(s)} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{\beta\frac{A_0}{1+s/\omega_0}}{1+\beta\frac{A_0}{1+s/\omega_0}} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{\beta A_0}{1+\beta A_0}\frac{1}{1+\frac{s}{(1+\beta A_0)\omega_0}}$$

$$A_v(s) == \frac{\alpha}{\beta}\frac{\beta A_0}{1+\beta A_0}\frac{1}{1+s/\omega_p} \cong A_{id}\frac{1}{1+s/\omega_p}$$

Ahol:

$$\frac{\beta A_0}{1+\beta A_0} \cong 1 \qquad A_{id} = \frac{\alpha}{\beta} \qquad \omega_p = (1+\beta A_0)\omega_0 \cong \beta A_0 \omega_0$$

**ME katalógus adat**: az erősítés ($A_0$) és sávszélesség ($\omega_0$) szorzat: $GBW = A_0\,\omega_0$
*GBW*: (Gain BandWidth) az a frekvencia, ahol az erősítés=1.




A visszacsatolt erősítőre erősítés ($A_{vid}$) és sávszélesség ($\omega_p$) szorzat:

$$A_{vid}\omega_p = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\beta A_0\omega_0 = \alpha GBW \qquad \omega_p = \frac{\alpha}{A_{vid}}GBW$$

Azonos abszolút értékű erősítést beállítva egy invertáló és egy nem invertáló alapkapcsolásban, az invertáló alapkapcsolás sávszélessége kisebb lesz azonos ME esetén:

Nem invertáló: $\alpha = 1 \qquad \omega_p = \dfrac{GBW}{A_{id}}$

Invertáló: $|\alpha_i| = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \quad \omega_{pi} = |\alpha_i|\dfrac{GBW}{|A_{id}|} < \omega_p$

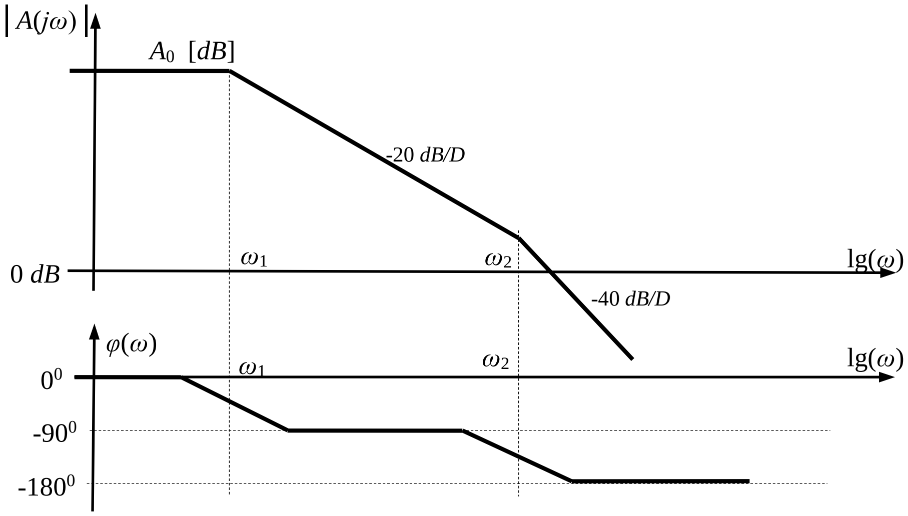
Ha egy kompenzált ME-t kapacitíven terhelünk (pld. egy mérőkábel kapacitásával), be fog jönni egy második pólus is, ami kellemetlen következményekkel járhat: lásd a következőkben.

Kellemetlen következmény:

- rossz impulzus átvitel (túllövés),
- rossz frekvencia menet (kiemelés/vágás)

## 2.) A két pólust tartalmazó modell:

A ME nyílt hurkú erősítés fgv-e.: $$A(s) = A_0 \frac{1}{1+s/\omega_1} \frac{1}{1+s/\omega_2}$$




A visszacsatolt á.k. átvitele:

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = A_v(s) = A_{vid} \frac{A(s)\beta}{1+A(s)\beta} = A_{vid} \frac{\dfrac{A_0\beta}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)}}{1+\dfrac{A_0\beta}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)}} =$$

$$= A_{vid} \frac{A_0\beta}{A_0\beta + (1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)} = A_{vid} \frac{A_0\beta}{1+A_0\beta + s(1/\omega_1 + 1/\omega_2) + s^2/(\omega_1\omega_2)}$$

$$= A_{id} \frac{A_0\beta}{1+A_0\beta} \frac{1}{1+2\zeta \dfrac{s}{\omega_p} + \dfrac{s^2}{\omega_p^2}} \qquad \frac{A_0\beta}{1+A_0\beta} \cong 1$$

$$\boxed{A_v(s) \cong A_{id} \frac{1}{1+2\zeta(s/\omega_p) + (s/\omega_p)^2}}$$

Ahol: $$\frac{s(1/\omega_1 + 1/\omega_2)}{1+A_0\beta} = 2\zeta \frac{s}{\omega_p} \qquad \frac{s^2}{\omega_1\omega_2(1+A_0\beta)} = \left(\frac{s}{\omega_p}\right)^2$$

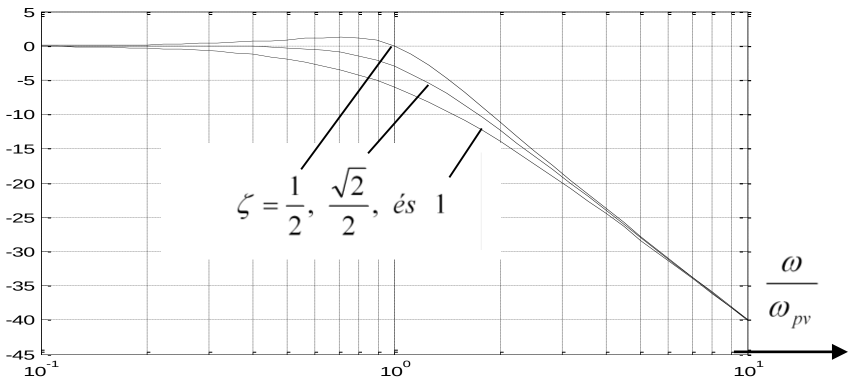
Amiből:

$$\boxed{\omega_p = \sqrt{\omega_1\omega_2(1+A_0\beta)} \cong \sqrt{\omega_1\omega_2 A_0\beta}}$$

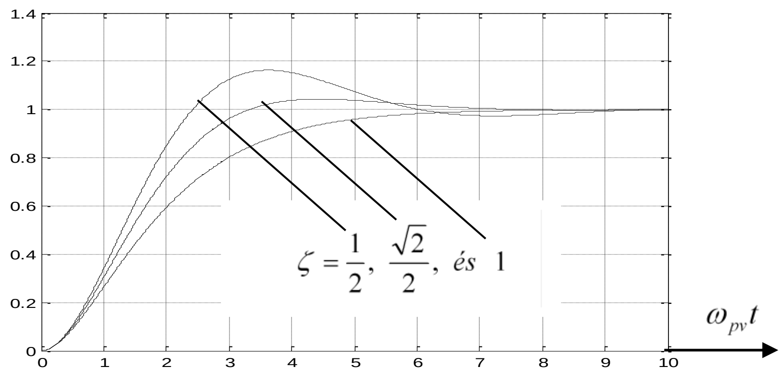
$$\zeta = \frac{\omega_p}{2} \frac{(1/\omega_1 + 1/\omega_2)}{1+A_0\beta} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\dfrac{\omega_1}{\omega_2}} + \sqrt{\dfrac{\omega_2}{\omega_1}}}{\sqrt{1+A_0\beta}} \qquad \boxed{\zeta \cong \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_2/\omega_1}{A_0\beta}}}$$

Ha: $A_0\beta >> 1$ és $\omega_2 >> \omega_1$

A transzfer függvény alakja különböző zeta értékekre:



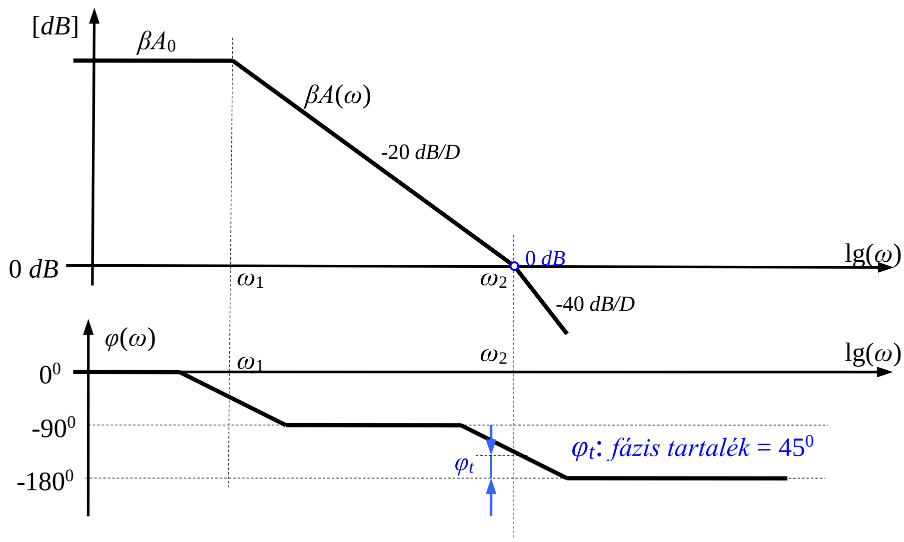

Az egységugrás bemenetre adott válasz függése zetától:



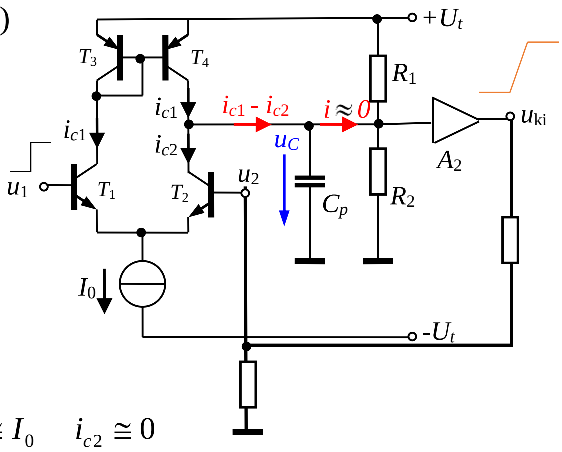

$\zeta = 1/2$: $45^0$-os fázistartalék, $\zeta = \sqrt{2}/2$: maximális lapos, $\zeta = 1$ kritikus csillapítású

Ha $A_0\beta = \omega_2 / \omega_1$ akkor: $\zeta \cong \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_2/\omega_1}{A_0\beta}} = \frac{1}{2}$ $\rightarrow$ $45^0$-os fázistartalék

Bode diagramban:



**Maximális jelváltozási sebesség:** (Slew Rate, SR)




Domináns pólus: $\omega_0 = \dfrac{1}{C_p R_p}$ $\quad R_p \approx R_1 \times R_2$

Nagy $C_p$ (Miller kapacitás)

$u_c(t)$ változási sebessége:

$$\frac{\Delta u_c(t)}{\Delta t} = \frac{1}{C_p}\frac{\Delta Q_c}{\Delta t} = \frac{1}{C_p}(i_{c1} - i_{c2})$$

Nagy kivezérlés $\quad u_1 - u_2 > 4U_T \approx 100\,mV$ esetén: $\quad i_{c1} \cong I_0 \qquad i_{c2} \cong 0$

A maximális jelváltozási érték (SR): $\quad \dfrac{\Delta u_c(t)}{\Delta t} = \dfrac{1}{C_p}(i_{c1} - i_{c2}) = \dfrac{I_0}{C_p}$

$$SR = \frac{\Delta u_{ki}(t)}{\Delta t} = A_2 \frac{1}{C_p}(i_{c1} - i_{c2}) = A_2 \frac{I_0}{C_p}$$

csak a ME belső paramétereitől függ.
Ennél nagyobb sebesség nem érhető el.

Pld.: $\quad u_{ki}(t) = \hat{U} \sin \omega_0 t \quad \rightarrow \quad \left.\dfrac{du_{ki}}{dt}\right|_{\max} = \omega_0 \hat{U} \cos \omega_0 t\Big|_{\max} = \omega_0 \hat{U} < SR$

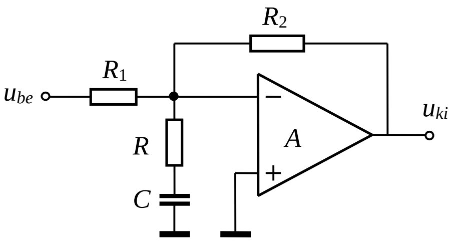
Pld.: $C_p$=10$nF$, $I_0$=2 $mA$, $\hat{U} = 2\ V$

$$SR = \frac{I_0}{C_p} = 2\frac{10^{-3}}{10^{-8}} = 2 * 10^5 \frac{V}{\sec} = 200 \frac{mV}{\mu \sec}$$

$$\omega_0 < \frac{SR}{\hat{U}} = 10^5 rad/\sec \rightarrow 15.9\ kHz \ \ !!!$$

Ennél nagyobb frekvenciájú jelek csak 2 $V$-nál kisebb amplitúdójúak lehetnek.

## **Kompenzálatlan ME kompenzálása:** (Lead-Lag)




A ME domináns pólusát - $\omega_1$ - kompenzáljuk a visszacsatoló hálózat zérusával. A visszacsatoló hálózat pólusa kisebb frekvenciára kerül, $\omega_1$-ről, $\omega_p$ frekvenciára.

Ezzel más, kedvezőbb zeta érték, és ezen keresztül kedvezőbb tranziens válasz állítható be.

$A_0$

$$A_{vid} = -\frac{R_2}{R_1} \qquad \beta(s) = \beta_0 \frac{1 + s/\omega_z}{1 + s/\omega_p}$$

$$\beta_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\omega_z = \frac{1}{RC} \qquad \omega_p = \frac{1}{(R + R_1 \times R_2)C}$$

$$\boxed{\omega_z \overset{!}{=} \omega_1}$$